



Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne

Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Zadania z konkursu „ZOSTAŃ PITAGORASEM-MUM” 4 czerwca 2011

CZĘŚĆ I

Zadanie 1. (1pkt)

Liczba 998 jest:

- a) liczbą parzystą i podzielną przez 9
- b) największą liczbą trzycyfrową niepodzielną ani przez 5 ani przez 9
- c) największą liczbą trzycyfrową podzielną przez 4

Zadanie 2. (1pkt)

Jeśli funkcja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ jest malejąca, to f :

- a) ma co najmniej jedno miejsce zerowe
- b) nie ma miejsc zerowych
- c) ma co najwyżej jedno miejsce zerowe

Zadanie 3. (1pkt)

Liczba czterocyfrowa $\square 36 \square$ (każda kratka zastępuje jedną cyfrę) jest podzielna przez 36. Takich liczb jest:

- a) sześć
- b) cztery
- c) trzy



Zadanie 4. (1pkt)

Nieparzystą liczbę przekątnych ma:

- a) dziesięciokąt
- b) jedenastokąt
- c) dwunastokąt

Zadanie 5. (1pkt)

Liczb całkowitych x , dla których wartość ilorazu $\frac{-5}{x-2}$ jest liczbą całkowitą dodatnią, jest:

- a) cztery
- b) dwie
- c) trzy

Zadanie 6. (1pkt)

Wykres funkcji $y = (x + 5)^3$ można otrzymać przesuając wykres funkcji $y = x^3$:

- a) o 5 w lewo
- b) o 5 w prawo
- c) o 5 w górę

Zadanie 7. (1pkt)

Klasa I a zjada worek prażonej kukurydzy w ciągu 6 minut, zaś klasa I b taki worek zjada w ciągu 3 minut. Obie klasy razem zjadłyby taki worek kukurydzy w ciągu:

- a) 1 minuty
- b) 1,5 minuty
- c) 2 minut

Zadanie 8. (1pkt)

W trójkącie dwa boki mają długości 48 i 4, zaś długość trzeciego boku jest liczbą pierwszą. Trzeci bok ma długość:

- a) 43
- b) 47
- c) 53

Zadanie 9. (1pkt)

Duży prostokąt podzielono na 9 mniejszych prostokątów. Obwody trzech z nich podano na rysunku. Obwód dużego prostokąta jest równy:

20		
		15
	9	

- a) 42
- b) 44
- c) 46

Zadanie 10. (1pkt)

Do pomalowania prostokątnego sufitu w pokoju Ani potrzeba 4 litry farby. Sufit w pokoju Ali też jest prostokątny, ale ma boki 4 razy dłuższe niż sufit w pokoju Ani. Do pomalowania sufitu w pokoju Ali potrzeba:

- a) więcej farby, ale nie wiadomo dokładnie ile
- b) 64 litry farby
- c) mniej niż pół hektolitra farby

Zadanie 11. (1pkt)

Czterdziestą szóstą cyfrą w rozwinięciu dziesiętnym ułamka $\frac{5}{111}$ jest:

- a) 0
- b) 4
- c) 5

Zadanie 12. (1pkt)

Narysowano 15 kolejnych prostych w ten sposób, że każda następna prosta jest prostopadła do poprzednio narysowanej. Parę prostych prostopadłych tworzą proste o numerach:

- a) 2 i 14
- b) 3 i 15
- c) 4 i 13

Zadanie 13. (1pkt)

Dwa okręgi o różnych promieniach są współśrodkowe. Największa odległość między dwoma punktami, z których każdy należy do innego okręgu, jest równa 16 cm , zaś najmniejsza – 10 cm . Pole koła ograniczonego większym okręgiem jest równe:

- a) $169\pi\text{ cm}^2$
- b) $250\pi\text{ cm}^2$
- c) $100\pi\text{ cm}^2$

Zadanie 14. (1pkt)

Suma cyfr liczby $10^{10} - 10$ wynosi:

- a) 81
- b) 90
- c) 72

Zadanie 15. (1pkt)

Punkt, którego współrzędne spełniają układ równań

$$\begin{cases} x = 2 - y \\ 4 = y - 2x \end{cases}$$

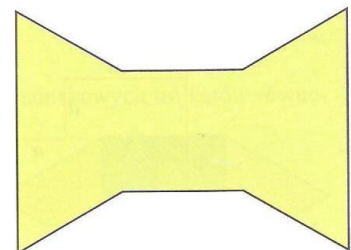
leży w:

- a) I ćwiartce układu współrzędnych
- b) III ćwiartce układu współrzędnych
- c) II ćwiartce układu współrzędnych

Zadanie 16. (1pkt)

Suma kątów wewnętrznych ośmiokąta przedstawionego na rysunku wynosi:

- a) 1200°
- b) 1080°
- c) 1100°



Zadanie 17. (1pkt)

Wykresy funkcji $f(x) = x^5 + 5$ i $g(x) = -x^5 + 5$ są symetryczne:

- a) względem osi x
- b) względem osi y
- c) względem punktu $(0,0)$

Zadanie 18. (1pkt)

Liczby naturalne a, b związane są zależnością $3a + 5b = ab$. Wynika stąd, że:

- a) obie liczby są parzyste
- b) obie liczby są nieparzyste
- c) jedna z liczb jest parzysta, zaś druga – nieparzysta

Zadanie 19. (1pkt)

Na rysunku obok kreskami oznaczono odcinki tej samej długości. Miara kąta γ jest równa:

- a) 150°
- b) 140°
- c) 130°

**Zadanie 20. (1pkt)**

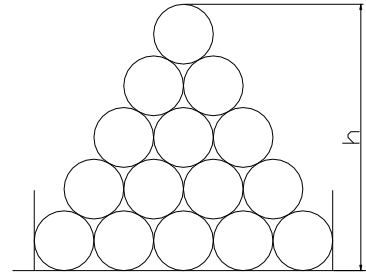
Funkcja f jest równa funkcji g , jeśli:

- a) funkcje f i g mają taką samą dziedzinę i taki sam zbiór wartości
- b) funkcje f i g mają taką samą dziedzinę i dla wszystkich x z tej dziedziny przyjmują takie same wartości
- c) funkcje f i g mają taką samą dziedzinę i takie same miejsca zerowe

CZĘŚĆ II

Zadanie 1. (5 pkt.)

Rury ciepłownicze, każda o średnicy zewnętrznej $d = 1\text{ m}$, ułożone są w stos, którego przekrój pokazany jest na rysunku. Oblicz wysokość tego stosu.



Zadanie 2. (5 pkt.)

Liczby całkowite a, b, c dają przy dzieleniu przez 7 reszty odpowiednio 1, 2, 3. Wyznacz resztę z dzielenia liczby $a^2 + b^2 + c^2$ przez 7.

Zadanie 3. (6 pkt.)

Paweł jest starszy od Karola. Jeśli przestawimy obie cyfry liczby całkowitej wyrażającej wiek Pawła, to otrzymamy wiek Karola. Ponadto różnica kwadratów liczb wyrażających wiek każdego z nich jest kwadratem liczby całkowitej. Wiadomo, że każdy z nich ma ponad 10 lat. Po ile lat mają obaj panowie?

Zadanie 4. (5 pkt.)

Średnia arytmetyczna trzech liczb wynosi 20. Gdyby jedną z nich zastąpić jej dwukrotnością, to średnia arytmetyczna wynosiłaby wtedy 25. Wyznacz tę liczbę.

Zadanie 5. (4 p.)

Wiedząc, że $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = a \cdot d - c \cdot b$ rozwiąż równanie:

$$\begin{vmatrix} 3x - 1 & \frac{1}{2}(3 + 3x) \\ 4 & 3x + 1 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} -\frac{x}{3} & -1 \\ x & -27x \end{vmatrix} = 0.$$